

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий
Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

УТВЕРЖДАЮ

Врио директора Института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий

 Е.А. Журавлева
« 15 » января 2025 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине

Практикум по решению олимпиадных задач по математике

По направлению подготовки – 44.03.05 Педагогическое образование (с
двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки – Математика. Информатика

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная, заочная

Курс – 5 курс (10 семестр)/ 5 курс (14-15 триместр)

Разработчик

доцент кафедры ВМ и МПМ,
Панишева Ольга Викторовна

Заведующий кафедрой
высшей математики

и методики преподавания математики

 Я.П. Кривко

Протокол

от « 13 » 01 2025 г. № 4

Луганск, 2025

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины «Практикум по решению олимпиадных задач по математике» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших дисциплину.

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС – установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) и профилю Математика и информатика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. №125 (с изменениями и дополнениями) и Профессиональным стандартом, утвержденным Приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации «Об утверждении профессионального стандарта "Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)"» от 18 октября 2013 г. № 544н..

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Общепрофессиональные	
ПК-2	ПК-2.1 ПК-2.2 ПК-2.3

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Тема 1. Делимость и остатки.	ПК-2	Контрольная работа, выполнение практических заданий
Тема 2. Четность и нечетность.	ПК-2	Контрольная работа
Тема 3. Инварианты	ПК-2	Контрольная работа

Тема 4. Принцип Дирихле.	ПК-2	Контрольная работа, выполнение практических заданий
Тема 5. Графы.	ПК-2	Контрольная работа, выполнение практических заданий
Тема 6. Элементы комбинаторики.	ПК-2	Контрольная работа, выполнение практических заданий
Тема 7. Простейшие игры.	ПК-2	Контрольная работа
Тема 8. Целая и дробная часть числа.	ПК-2	Контрольная работа
Тема 9. Метод математической индукции в алгебре и геометрии.	ПК-2	Контрольная работа, выполнение практических заданий
Тема 10. Применение неравенств для решения уравнений и доказательства неравенств.	ПК-2	Контрольная работа, выполнение практических заданий
Тема 11. Функциональные уравнения и задачи на нахождения функций.	ПК-2	Контрольная работа, выполнение практических заданий
Тема 12. Применение производной для решения уравнений и неравенств.	ПК-2	Контрольная работа
Промежуточная аттестация	ПК-2	Зачет

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ПК-2	<p>знать: различные подходы к решению олимпиадных задач по математике.</p> <p>уметь: применять полученные знания в процессе решения олимпиадных задач; конструктивно использовать различные формы групповой работы в процессе решения проблемной задачи в будущей профессиональной деятельности учителя.</p> <p>владеть: нестандартными подходами к решению олимпиадных задач разного характера; методикой построения, анализа и применения математических моделей для прикладных задач математики.</p>

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Вид текущей учебной работы	Количество баллов	Количество баллов
Конспекты лекций	0	10
Подготовка и выступление на семинарском занятии	40	20
Написание реферата	0	0
Индивидуальное задание	0	0
Модульная контрольная работа	15x2	20x2
Экзамен	30	30
Итого:	100	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбалльная система оценивания экзамена	100-балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100-балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	63–74	Д – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера;	

		необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	Е – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

Практические задания:

1. Может ли дискриминант квадратного уравнения с целочисленными коэффициентами равняться 23?
2. Можно ли на плоскости расположить 2019 окружностей одного диаметра так, чтобы каждая касалась ровно трех других?
3. На столе 6 стаканов, Из них 5 стоят правильно, а один перевернут вверх дном. Разрешается переворачивать одновременно 4 любых стакана. Можно ли все стаканы поставить правильно?
4. Сколько четырехзначных чисел можно составить из четырех карточек с цифрами 0, 5, 7, 9?

5. Докажите, что у любого многогранника найдутся по крайней мере две грани, являющиеся многоугольниками с равным числом сторон.

6. Доска имеет форму двойного креста, который получается, если из квадрата 4×4 убрать угловые клетки. Можно ли обойти ее ходом шахматного коня и вернуться на исходную клетку, побывав на всех клетках ровно по одному разу?

7. Два игрока кладут на круглый стол монет по очереди, проиграет тот, кто не сможет добавить монету. Определить кто из игроков будет побеждать, и какая должна быть стратегия.

8. Решить уравнение $[(X-3)/2]=[(X-2)/3]$

Задания для проведения контрольной работы:

1. Доказать методом математической индукции неравенство Бернулли.
2. Доказать формулу суммы углов многоугольника методом математической индукции.

3. Решить уравнение

$$(9 \times x^{36} + 1) \times (4 \times y^{36} + 1) = 24 \times x^{18} \times y^{18}$$

4. Доказать неравенство

$$x \times y \times z \leq \frac{x^4 + y^4 + z^4}{x + y + z}$$

5. Найти функции удовлетворяющие аддитивному уравнению Коши.
6. Найти функции удовлетворяющие мультипликативному уравнению Коши.

7. Решить уравнение $\sqrt[3]{x-2} + \sqrt[3]{4-x} = 2$.

8. Решить уравнение $3 \cdot 2^{x+2} - 7x = 17$.

2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

1. Арифметика остатков и её применения.
2. Простые числа и использование основной теоремы арифметики в олимпиадных задачах.
3. Простейшие диофантовы уравнения.
4. Виды инвариантов.
5. Задачи на поиск инварианта.
6. Обобщённый принцип Дирихле (в дискретном и геометрическом вариантах).
7. Основные понятия теории графов и их применение при решении различных олимпиадных задач.

8. Формула Эйлера и некоторые её следствия, полезные при решении задач.
9. Элементы комбинаторики.
10. Определения игры и выигрышной стратегии.
11. Анализ простейших видов игр: выигрыш в которых (при правильной игре) предопределён параметрами игры.
12. Основные понятия целой и дробной части числа.
13. Свойства целой части числа и спектр применения целой и дробной части числа.
14. Уравнения и системы уравнений, содержащих целую и дробную части числа.
15. Утверждения эквивалентные принципу математической индукции и примеры их использования в различных ситуациях.
16. Доказательство тождеств, неравенств, задачи на делимость, конструктивные построения, комбинаторные и геометрические задачи.
17. Основные вспомогательные неравенства, примеры их использования.
18. Функциональные уравнения и задачи на нахождения функций.
19. Применение производной для решения уравнений и неравенств. Использование монотонности функции. Использование наибольшего и наименьшего значений функции.
20. Применение теоремы Лагранжа.

Вопросы (70 на компетенцию).

1. Сравнение двух целых чисел по модулю натурального числа m .
2. Треугольник Паскаля.
3. Метод математической индукции.
4. Решение рациональных уравнений. Метод неопределённых коэффициентов.
5. Простейшие дроби первого и второго типа.
6. Простейшие дроби третьего и четвертого типа.
7. Обобщённая теорема Виета.
8. Основные понятия целой и дробной части числа.
9. Свойства целой части числа.
10. Свойства дробной части числа.
11. Утверждения эквивалентные принципу математической индукции
12. Принцип наименьшего элемента.
13. Принцип обрыва убывающих цепей.
14. Основные вспомогательные неравенства.
15. Что называют антье?
16. Что называют мантисой?
17. Функциональное уравнение.
18. Уравнения Коши.
19. Функциональное уравнение линейной однородной функции
20. Функциональное уравнение показательной функции
21. Определение деления с остатком.
22. В каком виде может быть записано любое чётное число.
23. В каком виде может быть записано любое нечётное число.
24. В каком виде может быть записано любое целое число a , делящееся нацело на некоторое натуральное число k .
25. В каком виде может быть записано любое целое число a , не делящееся нацело на некоторое натуральное число k .
26. Какие числа называют взаимно простыми?
27. Формулировка основной теоремы арифметики.
28. Какая величина или свойство называется инвариантом?
29. Ориентированные и неориентированные графы.
30. Смежность (вершин, рёбер).
31. Инцидентность (вершин и рёбер).
32. Простой граф, мультиграф, псевдограф.
33. Порядок графа.
34. Валентность (степень вершины), обозначение; изолированные и висячие вершины.
35. Теорема о сумме степеней вершин графа, ее следствие.

36. Маршруты, их виды.
- 37.Связность, компоненты связности, k -связный граф.
- 38.Длина маршрута, расстояние между вершинами, аксиомы метрики.
- 39.Метрические характеристики графов: эксцентриситет вершины, радиус и диаметр графа, центр графа.
- 40.Матрицы смежности неориентированного графа, ее свойства.
- 41.Нахождение числа маршрутов заданной длины между двумя вершинами.
- 42.Остовное дерево, нахождение числа остовных деревьев по формуле Кирхгофа.
- 43.Минимальное оставное дерево.
- 44.Нахождение минимального остовного дерева.
- 45.Сколькими способами можно посадить взрослых пассажиров в автомобиле, если в нем 3 пассажирских места.
- 46.Из 10 учащихся нужно составить группу из 4 для участия в мероприятии. Сколькими способами это можно сделать.
- 47.15 студентов группы летом будут работать, 16 — поедут отдыхать, из них 4 будут работать, а затем поедут отдыхать. Сколько человек в группе всего.
- 48.Как называются соединения, каждое из которых содержит m элементов, взятых из данных n ; одно соединение отличается от другого по крайней мере одним элементом или порядком их следования.
- 49.Как называются соединения, из которых каждое содержит все данные n ; одно соединение отличается от другого только порядком расположения элементов.
- 50.Как называются соединения, каждое из которых содержит m элементов, взятых из данных n ; одно соединение от другого отличается по крайней мере одним элементом.
- 51.Для разгрузки поступивших товаров требуется выделить 4 из 15 имеющихся рабочих. Сколькими способами можно это сделать, осуществляя отбор в случайном порядке.
- 52.10 студентов играют в футбол, 4 — участвуют в соревнованиях по дзюдо, из них 3 участвуют и в соревнованиях по дзюдо и по футболу. Сколько человек всего.
- 53.Сколькими способами можно составить команду из 4 человек для соревнований по бегу, если имеется 7 бегунов.
54. На полу в комнате можно положить ламинат, паркет или линолеум. А стены покрасить, поклеить обои, побелить или обшить гипсокартоном. Сколько вариантов ремонта есть у хозяина?
- 55.Сколькими способами можно разместить на полке 5 книг?
- 56.Сколькими способами могут разместиться 8 человек в салоне автобуса на восьми свободных местах?
- 57.Как называется набор правил, которые однозначно указывают игроку, какой выбор он должен сделать при каждом ходе в зависимости от ситуации, сложившейся в результате проведения игры.
- 58.Классификация игр.

59. Что называют антагонистической игрой?
60. Как называется конечная игра двух игроков с нулевой суммой?
61. Чему равно количество игроков в матричной игре?
62. Решение матричных игр в чистых стратегиях
63. Свойства смешанных стратегий игроков в матричных играх.
64. Чему равна сумма компонентов любой смешанной стратегии игрока в произвольной матричной игре?
65. Свойства симметричных игр.
66. Формулировки принципа Дирихле.
67. В классе 27 учащихся. Найдется ли такой месяц в году, в который свой день рождения отмечают не менее трех учащихся этого класса?
68. В магазин привезли 25 ящиков с тремя разными сортами яблок (в каждом ящике яблоки только одного сорта). Докажите, что среди них есть по крайней мере 9 ящиков с яблоками одного и того же сорта.
69. В коробке лежат шарики 4-х разных цветов (белые, черные, синие, красные). Какое наименьшее количество шариков надо вынуть из коробки, чтобы среди них оказались два шарика одного цвета?
70. На контрольной работе 10 школьников решили в сумме 35 задач, причем среди них были решившие ровно одну, ровно две и ровно три задачи. Докажите, что кто-то из них решил не менее 5 задач.